ANÁLISE ONTOSSEMIÓTICA DE PROCESSOS DE INSTRUÇÃO MATEMÁTICA – UM EXEMPLO NO ENSINO BÁSICO

Isabel Cláudia Nogueira
CIPAF/ESE de Paula Frassinetti
isa.claudia@esepf.pt
Teresa Fernández Blanco
Universidad de Santiago de Compostela
teref.blanco@usc.es
Dolores Rodríguez Vivero
Universidad de Santiago de Compostela
dolores.rodriguez.vivero@usc.es

Resumo
A descrição e a análise do tipo de conhecimento matemático presente num processo de estudo e das suas formas de exploração em aula constitui uma ferramenta indispensável a uma reflexão criteriosa sobre práticas educativas.
Neste texto apresentamos resultados da aplicação do Modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática à análise de processos de instrução matemática. A partir de uma aula de Matemática do 1º Ciclo do Ensino Básico, propomo-nos exemplificar algumas das potencialidades oferecidas por este modelo à compreensão de processos instrucionais e, portanto, à melhoria tanto de processos de ensino dos professores como das aprendizagens dos alunos.

Palavras-chave: Análise didática, Práticas educativas, Matemática, Modelo Ontossemiótico

Abstract
The description and analysis of mathematical knowledge present in a study process and its ways of exploiting in classroom are an indispensable tool for a thorough reflection on educational practices.
In this paper we present results from applying the Onto-Semiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction to analyze math instruction processes. Based on a mathematics classroom of the 1st Cycle of Primary School, we intend to exemplify some of the potentialities offered by this model to the understanding of instructional processes and therefore for improving either teaching processes or students' learning.

Keywords: Didactical analysis, Educational practices, Mathematics, Onto-Semiotic approach

Résumé
La description et l'analyse des connaissances mathématiques existantes dans un processus d'instruction et de ses formes d'exploitation sont des outils essentiels pour une réflexion approfondie sur les pratiques éducatives.
Dans cet article, nous présentons les résultats de l'application de l'approche Onto-sémiotique de la Connaissance et l'Enseignement des Mathématiques à l'analyse des processus d'instruction des mathématiques. Basé sur une classe de mathématiques dans l'École Primaire, nous proposons d'illustrer les possibilités offertes par ce modèle pour la compréhension des processus d'enseignement et afin d'améliorer les processus pédagogiques des professeurs et l'apprentissage des élèves.

Mots-clés: Analyse didactique, Pratiques Educatives, Mathématiques, Approche Onto-sémiotique

Resumen
La descripción y el análisis del tipo de conocimientos matemáticos presentes en un proceso de estudio y sus formas de explotación son una herramienta imprescindible para una profunda reflexión sobre las prácticas educativas.
En este trabajo se presentan los resultados de la aplicación del enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticas al análisis de procesos instruccionales de matemáticas. A partir de una clase de matemáticas del primero ciclo de la educación primaria, se propone ilustrar algunas de las posibilidades que ofrece este modelo a la comprensión de los procesos educativos y a la mejora de los procesos de enseñanza de los profesores y de aprendizaje de los alumnos.

Palabras clave: Análisis didáctico, Prácticas educativas, Matemáticas, Enfoque Ontosemiótico

Introdução

Desenvolvido há praticamente duas décadas no âmbito da Educação Matemática, o modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS) propõe-se explicar fenómenos ocorridos nos processos de aprendizagem/ensino da Matemática (Godino e Batanero, 1998; Godino, Batanero e Roa, 2005; Godino, Contreras e Font, 2006; Godino, Batanero e Font, 2007). Para esse efeito, parte de três pressupostos de carácter epistemológico e psicológico: (i) a Matemática constitui uma atividade humana que visa a resolução de situações problemáticas originárias do mundo físico, social e/ou da própria Matemática e, por tal, as suas concetualizações são fruto da ação dos indivíduos nas tentativas de solucionar tais problemas; (ii) a Matemática consiste numa linguagem simbólica que explicita as situações problemáticas e as soluções para elas encontradas. Comungando da perspetiva psicológica vygostskiana e da visão semiótica proposta por Rotman, este modelo encara esse sistema simbólico com uma dupla função – como comunicação e/ou como forma instrumental –, modificando os sujeitos que o utilizam como mediador; (iii) a Matemática configura-se como um sistema concetual organizado logicamente e socialmente partilhado. Quando nos centramos em particular nos processos de aprendizagem e de ensino dos objetos matemáticos e dado o carácter cultural, sistémico e complexo das entidades matemáticas, uma descrição meramente formal das entidades matemáticas não se revela suficiente.

Atribuindo um papel central à linguagem, aos processos de comunicação e de interpretação e à diversidade de objetos postos em jogo nos processos de aprendizagem/ensino da Matemática, o EOS situa-se num paradigma simultaneamente antropológico e semiótico: a visão antropológica resulta de considerar a matemática como produto de uma construção social realizada em diferentes instituições; o ponto de vista semiótico está patente na importância que atribui aos vários recursos expressivos mobilizados nas atividades matemáticas.

Adotando princípios didáticos de caráter sócioconstrutivista e interacionista no estudo de processos de aprendizagem/ensino, o EOS define os conceitos de prática, objeto e significado, nas dimensões pessoal e institucional, entendendo-os como determinantes à compreensão das atividades matemáticas.

1. Conceitos de prática e de sistemas de práticas

Uma prática é toda a atuação ou manifestação (linguística ou não) realizada por um sujeito para resolver problemas matemáticos, comunicar a solução a outros sujeitos, validar a solução e generalizá-la a outros contextos e problemas. Uma prática é significativa para um sujeito quando desempenha uma função sempre que esse sujeito tenta atingir pelo menos um dos objetivos a que se propôs. Um sistema de práticas pessoais associadas a um campo de problemas é constituído pelas práticas prototípicas que um sujeito realiza quando tenta resolver um campo de problemas.

Designando por instituição o conjunto de sujeitos que de alguma forma estão implicados numa mesma classe de situações problemáticas, o sistema de práticas institucionais associadas a um campo de problemas é o conjunto constituído pelas práticas consideradas significativas para resolver esse campo de problemas, no âmbito dessa instituição. Assim, um conjunto de sujeitos produtores do conhecimento matemático, e por isso comprometidos com a resolução de novos problemas matemáticos, é considerado uma instituição matemática: os utilizadores do conhecimento matemático e aqueles que ensinam conhecimento matemático são dois exemplos de outras instituições implicadas na atividade matemática.

2. Noções de objeto pessoal e institucional

Entre um campo de problemas, alvo de um sistema de práticas, e o próprio sistema de práticas, assiste-se à emergência de objetos matemáticos, que poderão apresentar natureza concreta ou abstracta, e das suas representações (Font e Ramos, 2005). O EOS distingue objeto matemático pessoal de objeto matemático institucional: um objeto pessoal é um emergente de um sistema de práticas pessoais significativas relacionadas com um campo de problemas; um objeto institucional é um emergente de um sistema de práticas sociais associadas a um campo de problemas. A consideração de objetos destes dois tipos impõe distinguir-se o que cada um significa para o sujeito envolvido na construção dum objeto, no primeiro caso, e para a instituição em que ele emerge, no segundo.

3. Significado pessoal e significado institucional de um objeto

O significado pessoal de um objeto consiste no sistema de práticas pessoais manifestadas por um sujeito quando tenta resolver o campo de problemas de onde esse objeto emerge em determinado momento[1].
O significado institucional de um objeto compreende o sistema de práticas institucionais associadas ao campo de problemas de onde esse objeto emerge em dada situação[2]. Esta distinção relativamente ao conceito de significado pessoal assegura a dimensão institucional em que os sistemas de práticas têm lugar: falaremos então do significado matemático de um objeto se a instituição onde emerge for a Matemática.

4. Níveis de análise didática propostos pelo EOS

Referenciados já em um significativo número de trabalhos de investigação em educação matemática (Godino, Font, Wilhelmi e Castro, 2009; Fernández, Godino e Cajaraville, 2012; Pino-Fan, 2013; Aké *et al*, 2014; Nogueira, 2015), o modelo EOS propõe diferentes níveis de análise didáctica para processos de instrução matemática, que se centram nas práticas matemáticas e didácticas realizadas nesses processos, nos objetos e nos processos que aí intervêm e/ou emergem, nas normas que regem os processos de estudo e na sua adequação didática.
Resultantes da síntese de diversos trabalhos de análise parciais devidamente consolidados na Didática da Matemática - expostos por D'Amore, Font e Godino (2007) e por Font, Planas e Godino (2010), por exemplo - estes níveis serão explanados em seguida, concedendo maior detalhe aos níveis de análise selecionados para o exemplo com que ilustraremos a aplicação deste modelo de análise.

4.1 Práticas realizadas em um processo de estudo

São consideradas práticas matemáticas as manifestações ou acções realizadas no âmbito da resolução de problemas matemáticos, na comunicação das suas soluções, na validação dessas soluções e na sua generalização a outros contextos e problemas. Esta formulação permite identificar três tipologias de práticas: práticas operativas (toda a acção realizada por alguém para resolver problemas matemáticos), práticas discursivas ou comunicativas (visando a comunicação e a validação da solução) e práticas normativas ou de regulação (permitindo a sua generalização a outros problemas ou contextos).
Neste primeiro nível de análise é realizada a decomposição de um processo de estudo e são descritas as ações executadas por estudantes e professor para a resolução da(s) tarefa(s) proposta(s), em cada um dos episódios que constituem o processo em análise, revelando as linhas gerais que caracterizam tanto a atuação docente como a discente. Como consequência, será possível compreender se a principal finalidade de uma prática é a resolução de situações-problema – prevalecendo a componente operatória –, se é a produção de justificações para validar as ações executadas através da utilização de linguagem – valorizando a componente discursiva ou comunicativa –, ou se esta está particularmente orientada para a construção de definições de conceitos ou para a formulação de propriedades.

4.2 Configuração dos objetos e processos matemáticos

Este nível de análise permite elaborar uma descrição dos objetos e dos processos matemáticos implicados na realização das práticas ou delas emergentes.

Partindo da identificação das situações-problema que estão na origem da atividade matemática, o EOS define cinco classes de objetos matemáticos que podem intervir e/ou emergir nos processos de estudo: elementos linguísticos (termos, expressões, notações, representações gráficas, por exemplo, nos registos escrito, oral, gestual, ...), elementos concetuais (introduzidos por definições ou descrições de entidades matemáticas), elementos de caráter procedimental (como as operações, os algoritmos e as técnicas), elementos proposicionais (relacionados com a enunciação de propriedades) e elementos de natureza argumentativa (justificações formuladas para explicar ou validar proposições enunciadas ou procedimentos efetuados).

Na abordagem de qualquer situação-problema, são os elementos linguísticos que, simultaneamente, permitem representar os restantes elementos que nela intervêm e servem como instrumentos para a ação; os procedimentos e as proposições, por sua vez, relacionam os elementos concetuais e são justificados pela argumentação produzida durante essa abordagem. Associados a estes objetos matemáticos, e partindo-se de um processo de problematização, encontram-se os processos matemáticos de comunicação, definição, enunciação, argumentação e algoritmização.

Tendo como principal finalidade descrever a complexidade semiótica dos objetos e significados das práticas matemáticas realizadas, este nível de análise permite, por um lado, aceder à sequência de interações manifestadas entre estudantes e entre estudantes e professor, e, por outro, possibilita a produção de explicações para eventuais faltas de concordância semiótica ocorridas nas mesmas.

Como consequência de interpretação dos objetos e dos seus significados, definem-se cinco dimensões duais, de acordo com o contexto e o jogo de linguagem em que participam, formuladas em pares que se complementam de forma dual e dialética:

- Dimensão pessoal/institucional - uma mesma expressão pode dizer respeito a um objeto pessoal num determinado contexto (quando emerge das práticas realizadas por um indivíduo na execução de uma atividade, por exemplo) ou institucional em outro contexto (quando é apresentado no manual escolar ou é utilizado como explicação do professor, por exemplo);
- Dimensão ostensivo/não ostensivo - as manifestações dos objetos podem apresentar-se de forma ostensiva, isto é, de maneira directamente percetível – pela utilização de entidades linguísticas (orais, escritas ou gestuais) ou de entidades praxémicas suportadas na sua constituição e funcionamento por elementos linguísticos – ou não ser directamente percecionada, não ostensiva, como por exemplo com objetos pensados ou imaginados mas não manifestados de forma material.
- Dimensão expressão/conteúdo - esta relação é concebida por Godino e Batanero (1998) como uma função semiótica, entendida como uma correspondência que equaciona um plano de expressão (objeto inicial), um plano de conteúdo (objeto final) e um critério ou regra de correspondência; trata-se, assim, de relações estabelecidas por um sujeito, pessoal ou institucional, que associam um antecedente a um consequente, respeitando determinado critério.

- Dimensão intensivo/extensivo - esta dualidade permite centrar a atenção na dialéctica entre o geral e o particular, dado que um determinado objeto pode intervir em um jogo de linguagem como um caso particular ou representante de uma classe de objetos. A atividade principal da matemática interessa-se sistematicamente pela generalização de problemas, pelas suas soluções e pelo discurso com que estes são descritos e organizados: a identificação de classes de problemas e o desenvolvimento de técnicas de generalização possibilitam a construção de estruturas progressivamente mais globalizantes. Para o EOS, quando se analisam atividades matemáticas deverá distinguir-se, em cada circunstância, se um dado objeto é em si uma classe (tipo) ou é um elemento de uma classe (exemplo de um tipo);
- Dimensão sistémico/unitário - se o significado de um objeto é o conjunto das práticas em que este é essencial, então o objeto pode ser considerado como um só elemento ou como um conjunto sistémico de práticas em que não só intervém como também se relaciona com outros objetos. Para esta dimensão, um mesmo objeto matemático pode intervir em alguns processos de estudo como um sistema e em outros processos de estudo como entidade elementar.

Estas cinco dimensões são entendidas como atributos que poderão ser aplicados aos vários objetos, concedendo-lhes diferentes versões através dos respetivos processos de natureza cognitiva e/ou epistémica: personalização-institucionalização, materialização-abstracção/idealização, representação-significação, generalização-particularização e decomposição-reeificação.

Na representação esquemática apresentada na Figura 1 podemos encontrar não apenas os tipos de objetos e os processos matemáticos mais relevantes propostos pelo modelo EOS, mas também as dimensões duais atrás enunciadas. Em conjunto, estas entidades permitem modelar a atividade matemática como um sistema de práticas operativas e discursivas, evidenciando os três pressupostos de carácter epistemológico e psicológico que sustentam o EOS, a génese pessoal e institucional do conhecimento matemático e a sua mútua interdependência.

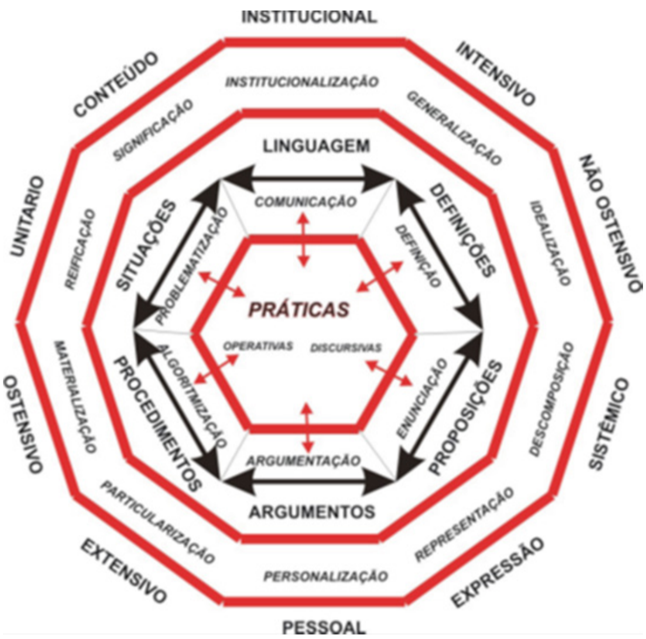


Figura 1: Modelo Ontossemiótico do Conhecimento Matemático

Na análise de processos de instrução matemática, assumem particular relevância as manifestações que indiciam alguma discrepância entre os significados atribuídos a uma mesma expressão por sujeitos ou instituições diferentes: quando tal acontece, estamos perante um conflito semiótico (Godino, Batanero e Font, 2007). Quando essa discrepância acontece entre práticas de um mesmo sujeito, falamos de conflito semiótico do tipo cognitivo; se essa disparidade se verifica em práticas realizadas em instituições diferentes, estamos perante um conflito semiótico do tipo epistémico; por sua vez, um conflito semiótico é do tipo interacional quando decorre da interacção social entre dois sujeitos distintos. Na base de tais discrepâncias poderão estar o caráter convencional subjacente a algumas das regras matemáticas, a substituição de conceitos de índole matemática pelas suas representações e a utilização simultânea de registos de carácter verbal, simbólico e gráfico, por exemplo.

A formulação destes contributos teóricos permite que, neste nível de análise, se identifiquem e caracterizem as configurações e trajectórias didácticas desse processo de estudo, mediante a representação da sequência de interacções manifestadas entre estudantes e entre estudantes e professor. Para o EOS, uma configuração didática consiste em uma rede de objetos intervenientes e/ou emergentes dos sistemas de práticas e das relações estabelecidas entre eles, sendo por isso indispensável à realização e avaliação de qualquer prática. Para Godino, Batanero e Font, uma configuração didática é

"constituida por las interacciones profesor-alumno a propósito de un objeto o contenido matemático y usando unos recursos materiales específicos. Se concibe como una realidad organizacional, como un sistema abierto a la interacción con otras configuraciones de las trayectorias didácticas de las que forman parte. El proceso de instrucción sobre un contenido o tema matemático se desarrolla en un tiempo dado mediante una secuencia de configuraciones didácticas" (2007:12).

Para o EOS, só é possível avaliar quer o significado pretendido quer o significado implementado em um processo de instrução se previamente for estabelecido o significado de referência que lhes sirva de comparação. Assim, cada configuração didática contempla uma configuração epistémica (rede de objetos institucionais constituída por tarefa, conceitos, procedimentos, linguagem, proposições e argumentos associados), a que por sua vez está associada uma configuração instrucional (constituída pelo conjunto de objetos docentes, discentes e mediacionais originados associados a essa tarefa matemática). A configuração cognitiva – rede de objetos pessoais – identifica o conjunto de objetos que interagem e/ou emergem dos sistemas de práticas pessoais accionadas aquando da implementação de uma configuração epistémica, permitindo a descrição das aprendizagens que se vão construindo durante o processo de estudo. Assim, e de acordo com Gusmão, Font e Cajaraville, "*as configurações de referência são ferramentas que permitem avaliar e compreender as* [configurações] *de ordem pessoal que são ativadas nas práticas de resolução de problemas*" (2009: 113).

4.3 Normas subjacentes à realização de um processo de estudo

O modelo EOS adota uma perspetiva global sobre a dimensão normativa da Didáctica da Matemática, que integra as noções de contrato didático e de normas sociais e sociomatemáticas vigentes nesta área.

Focalizando-se nos fenómenos de interação social presentes nos processos de aprendizagem/ensino da Matemática, neste nível são identificadas e analisadas as regras, hábitos e normas que, por um lado, regulam e possibilitam os processos de estudo e, por outro, afetam cada uma das dimensões e suas interações.

As regras e normas que regem um processo de estudo manifestam-se nas diferentes fases desse processo – desenho curricular, planificação, implementação e avaliação –, condicionando-as (D'Amore, Font e Godino, 2007), desde que tenham sido contemplados os significados de referência que orientam/determinam os significados pretendidos até aos significados implementados por via da concretização do processo de estudo. Como consequência, importará identificar os aspetos normativos que regem cada uma destas fases e interessará também identificar: as normas subjacentes às distintas dimensões ou facetas de um processo de estudo (epistémica, cognitiva, interacional, mediacional, afectiva e ecológica), as regras que pautam as interações entre professor e aluno e entre alunos, as normas que condicionam a utilização de recursos de caráter tecnológico ou temporal, as normas relacionadas com a faceta afetiva dos intervenientes no processo de estudo e as regras relacionadas com o contexto (educativo, cultural, da própria sala de aula,...) em que o processo de estudo tem lugar.

4.4 Adequação didática de um processo de instrução

O EOS define a adequação ou idoneidade didática como o critério sistémico que avalia a pertinência ou adequabilidade de um processo de estudo relativamente ao projecto educativo de que faz parte: a concordância entre os significados pessoais construídos pelos estudantes e os significados institucionais pretendidos e/ou implementados revela-se assim o principal indicador empírico para esta dimensão (Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi, 2006). Baseado nos níveis de análise precedentes, o resultado deste nível de análise constitui uma síntese final visando quer a identificação de aspectos reveladores de práticas adequadas, quer de situações que poderão/deverão ser alvo de ajustes em futuras implementações de processos de estudo análogos.
A operacionalização deste nível de análise é obtida mediante a introdução de seis critérios parciais, relacionados com as dimensões simultaneamente características e condicionadoras de qualquer processo de aprendizagem/ensino, que possibilitam julgar a adequação didáctica desse processo relativamente a cada uma às dimensões epistémica, cognitiva, interacional, mediacional, afetiva e ecológica.

5. Um exemplo de análise de um processo de estudo

O episódio instrucional analisado – centrado na exploração da massa e cuja transcrição escrita pode ser consultada em Anexo - foi implementado numa turma de 1º ano de escolaridade com 17 alunos e teve uma duração aproximada de quarenta e cinco minutos.
A partir da sua transcrição, procedeu-se à identificação das práticas matemáticas realizadas e foram elencados tantos os objetos como os principais processos matemáticos ocorridos. Posteriormente, são apresentadas as interações didáticas percecionadas como mais relevantes neste processo de estudo, sendo apontados potenciais conflitos semióticos emergentes das práticas realizadas. Conclui-se este exemplo como o elenco das normas reguladoras deste processo de instrução.

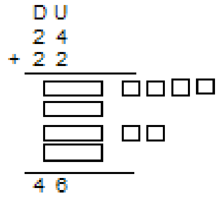
Práticas matemáticas identificadas
No decurso deste segmento instrucional, os alunos Identificaram instrumentos de medição de massa e de peso e suas funções, revelaram saber utilizar balanças, formularam hipóteses para comparação de peso de objetos e interpretaram situações de pesagem de objetos e ainda realizam operações aritméticas envolvendo os valores numéricos obtidos nas medições.
No que diz respeito às práticas docentes, na implementação deste processo instrucional, a professora contemplou contextos extramatemáticos na aula de matemática, exemplifica a utilização de balanças, recorrendo a situações do quotidiano dos alunos e a aulas anteriores, suscitou explicações para os resultados obtidos nos processos de medição, demonstrou situações de invariância de massa/peso e apelou a conhecimentos de outras áreas da matemática (sistema de numeração decimal e operações numéricas).

Objetos e processos matemáticos
No Quadro 1 estão identificados os objetos matemáticos presentes neste episódio de instrução; posteriormente são descritos os processos matemáticos e didáticos mais relevantes neste episódio.

Elementos linguísticos:

Alunos: (verbais) balanças, pesar, medir, massa, dois, iguais, leve, pesado, cinco, quilos, quatro, maior, grande, vinte e quatro, vinte e dois, quarenta e seis, mesma

(gráficos)



(simbólicos) D, U, *24*, *22*, +, *46*,

Professora: (verbais) balanças, peso, massa, quilogramas, comparar, leve, pesado, maior, leve, um, dois, quatro, pesar, maior, grande, pequeno, duas, comparar, mais, doze, zero, cinquenta, gramas,

(simbólico) *24*, *kg*, *22*

Conceitos:

Alunos: Pesar, medir, massa, peso, iguais, leve/pesado, quilos, mais pesado, maior, dezena, unidade

Professora: Peso, massa, quilos, comparar, pesar, maior, grande/pequeno, leve/pesado, tamanho, quilograma, gramas, o mesmo, forma

Procedimentos:

Alunos: Determinação do seu peso; leitura de valores representativos de pesos de objetos; comparação da massa de objetos; resolução de uma adição de números inteiros

Professora: Manipulação de balanças; representação escrita de linguagem oral (registo dos valores do peso de dois alunos)

Proposições:

Alunos: As balanças servem para medir pesos – (4), (6), (10), (12), (13), (15); as balanças de dois pratos permitem determinar qual objeto é mais leve e qual é o mais pesado - (21), (22); os objetos mais pesados provocam maior descida no prato da balança – (30), (40), (49); os objetos maiores são os mais pesados – (66), (70); é possível equilibrar uma balança de dois pratos – (77); o peso de um indivíduo determina-se num dinamómetro – de (83) a (86); a disposição dos objetos não altera o seu peso - (116), (118).

Professora: Quando queremos comparar o peso de dois objetos, nós usamos balanças de dois pratos – (20); é tão pesado que faz força para baixo – (31); não é o tamanho que nos diz se um objeto é mais ou menos pesado – de (71) a (80); podemos mudar a forma da plasticina mas ela não muda de peso – de (112) a (120).

Argumentos:

Alunos: O objeto mais pesado provoca maior descida no prato da balança – de (28) a (30), de (34) a (36), de (46) a (49), (70); a colocação de objetos possibilita obter o equilíbrio de uma balança – (77); invariância do peso – de (118) a (122);

Professora: O objeto mais pesado provoca maior descida no prato da balança - (37), (49); invariância do peso - (119)

Quadro 1: Identificação de objetos matemáticos

Nesta aula, a professora realizou de forma sistemática *processos de institucionalização*, com especial destaque em (5), (20), (80) e (119), gerindo esses processos recorrendo frequentemente a *processos de argumentação*, envolvendo diversos elementos intensivos (grandeza peso, quantidade de peso, unidades de medida de peso, a medida como aplicação entre o conjunto das quantidades de grandeza e os números positivos, e a invariância do peso). A partir do *processo de materialização* realizado pela professora em (98), quando escreve no quadro os valores do peso de dois alunos, uma aluna mobilizou objetos e procedimentos matemáticos, na materialização traduzida pelo cálculo da soma dos valores dos pesos de dois alunos, em (101), único momento de algoritmização escrita observado.

Os *processos de algoritmização* exemplificativos da utilização de balanças de dois pratos foram efetuados pela professora na sequência de *processos de generalização*, invocando contextos de medição do quotidiano dos alunos (em (10), (12), (18) e (31)), e por alguns alunos na determinação do seu peso – em (88) e (92). Identificam-se neste segmento de aula vários *processos de enunciação* e *comunicação*: por parte dos alunos – uma balança serve para pesar, em (4); os dinamómetros servem para pesar indivíduos, em (10) e (86); as balanças de dois pratos servem para pesar objetos, em (12), (13) e (15); é possível equilibrar uma balança, em (77) –, e da responsabilidade da professora – as balanças de dois pratos servem para comparar o peso de dois objetos, em (20); o peso de um objeto não depende do seu tamanho, em (75) e (80); a mudança de forma de um objeto não implica mudança do seu peso, em (119).

Interações didáticas

Para a implementação deste processo de estudo estiveram disponíveis vários recursos de apoio às atividades desenvolvidas; no entanto, a sua utilização foi maioritariamente da responsabilidade da docente – em (26), (38), (45), (57), (68), (74), (106), (110) e (112) –, tendo havido poucas oportunidades de experimentação por parte dos alunos. Apesar da muita participação oral, nomeadamente na sugestão de objetos para pesagem e na realização de algumas sequências argumentativas, nesta aula não é visível o fomento de trabalho colaborativo entre alunos e raramente se assiste a momentos de promoção da sua autonomia, nomeadamente no que diz respeito à manipulação dos instrumentos de medição (excetuando as pesagens de dois alunos em (88) e (92), todas as medições foram executadas pela professora).

Neste processo de instrução, registamos como primeiro e potencial conflito semiótico do tipo epistémico a introdução dos conceitos massa e peso como conceitos com igual significado, em (5); não sendo mais retomado, é de supor que para estes alunos os dois termos podem ser utilizados como sinónimos.

Posteriormente assinala-se um outro conflito que resultou de se considerar para se determinar o peso de pessoas e de objetos devem ser utilizados diferentes instrumentos de medição: na sequência comunicativa mantida entre alunos e professora de (3) a (15) e nas práticas de medição posteriores a esta sequência, as balanças de dois pratos são o utensílio utilizado para pesar objetos e comparar peso de objetos – evidenciadas em (25), (26), (68) e (74), por exemplo –, o dinamómetro é usado para determinar o peso de dois alunos, em (88) e (93), mas quase no final da aula o dinamómetro é usado para pesar as barras de plasticina, contrariando as enunciações previamente formuladas.

Em (64) ocorre um conflito semiótico de tipo interacional, não havendo concordância dos alunos na previsão sobre qual o objeto mais pesado, ultrapassado na sequência da observação da pesagem dos objetos efetuada pela professora.

Novo conflito epistémico emerge em (109), manifestado pelos alunos quando consideram que a alteração da forma de um objeto implica a alteração do seu peso. Este conflito parece solucionado a partir da atuação da professora: nesse momento e até ao fim deste segmento de instrução, o diálogo suscitado pela sua manipulação da balança de dois pratos possibilita a institucionalização da independência do peso de um objeto relativamente à sua forma.

Normas reguladoras do processo de instrução

A análise das atividades desenvolvidas ao longo deste processo de instrução permitiu identificar a existência de regras de natureza metaepistémica e regras reguladoras das interações sociais entre alunos e professora, que se encontram discriminadas no Quadro 2:

Normas epistémicas:
- Existem instrumentos específicos para determinar massa/peso – (20)

Normas meta-epistémicas:
- As conjeturas devem ser verificadas – (67)
- As práticas e os contextos extramatemáticos justificam procedimentos matemáticos – (10), (12), (18), de (31) a (33), de (81) a (84).

Normas reguladoras de interações:
- O professor valida a enunciação de conceitos e propriedades – (9), (14), (20), (119)
- É ao professor que cabe selecionar o aluno que vai realizar uma tarefa – (50), (61), (78), (87), (99)
- O professor reforça a necessidade de prestar atenção às atividades – (11), (23), (105), (120)

Normas reguladoras da utilização de materiais na aula:
- Cabe ao professor a seleção de materiais para uso na aula – (79), (106), (124)
- Os exercícios realizados no quadro devem ser copiados para o caderno – (74)

Quadro 2: Identificação de normas reguladoras do processo de instrução

Considerações finais

A descrição e reflexão sobre os processos instrucionais afigurasse-nos como indispensável a qualquer processo de melhoria da escola, não apenas porque permitirá distinguir práticas eficazes para a aprendizagem dos seus alunos de outras menos conseguidas mas também porque possibilitará a qualquer professor aceder às suas formas de intervenção, criando oportunidades de as validar ou reconfigurar.

As questões ligadas à aprendizagem dos alunos estão fortemente relacionadas com a qualidade das suas experiências formativas, constituindo os professores os principais promotores da tão desejada melhoria da ação educativa (Rodriguez Marcos, 2006) e os reais protagonistas no acompanhamento das inovações pelo seu envolvimento nos processos de mudança educativa (Hargreaves, 1998).

O exemplo de análise de práticas de sala de aula que partilhamos neste texto pretende apenas evidenciar algumas das possibilidades do Modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática: como forma de melhorar as aprendizagens, porque possibilita uma descrição precisa do conhecimento matemático implementado num processo de estudo e das formas de construção desse conhecimento por parte dos alunos, permitindo ter consciência do tipo de competências que são promovidas pelo professor na sua atividade em sala de aula; como meio ao serviço do desenvolvimento do professor, promovendo a reflexão sobre a sua prática e a (re)significação das suas teorias, ajudando-o a tornar-se um investigador da sua própria ação, capaz, por isso, de modificá-la com mais propriedade.

Notas

1 Podemos aqui distinguir três tipos de significados pessoais: o significado pessoal global, o significado pessoal declarado e o significado pessoal atingido (Godino, Batanero e Font, 2007).

2 Acrescente-se que o EOS adota quatro tipos de significados institucionais: significado institucional de referência, significado institucional pretendido, o significado institucional implementado e o significado institucional avaliado.

Referências

Aké, L, Godino, J.D., Fernández, T. e Gonzato, M. (2014). Ingeniería didáctica para desarrollar el sentido algebraico de maestros en formación. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 5, 25-48.

D'Amore, B., Font, V., Godino, J.D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Paradigma*, XXVIII (2), 49-77.

Fernández, T., Godino, J.D., Cajaraville, J.A. (2012). Razonamiento Geométrico y Visualización Espacial desde el Punto de Vista Ontosemiótico. *Bolema*, 26, 42, 39-63.

Font, V., Ramos, A.B. (2005). Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. *Revista de Educación*, 338, 309-346.

Font, V., Planas, N., Godino, J.D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33 (2), 89-105.

Godino, J.D., Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. In A. Sierpinska, J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer, A. P.

Godino, J.D., Batanero, C., Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60 (1), 3-36.

Godino, J.D., Contreras, A., Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26 (1), 39-88.

Godino, J.D., Batanero, C., Font, V. (2007). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf]

Godino, J.D., Bencomo, D., Font, V. e Wilhelmi, M.R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidade didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII, 2, 221-252.

Godino, J.D., Font, V., Wilhelmi, M.R., Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27 (1), 59-76.

Gusmão, T., Font, V., Cajaraville, J.A. (2009). Análises cognitiva e metacognitiva de práticas matemáticas de resolução de problemas: o caso Nerea. *Educação Matemática Pesquisa*, 11 (1), 79-116.

Hargreaves, A. (1998). *Os professores em tempo de mudança*. Lisboa: McGraw-Hill.

Nogueira, I.C. (2015). Análise Ontossemiótica de processos instrucionais de Matemática, melhoria de práticas e desenvolvimento profissional docente. *Revista de Estúdios e Investigación en Psicología y Educación*, Vol Extr (6), 213-217.

Pino-Fan, L. (2013). *Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada*. Tese de doutoramento, Universidad de Granada: Espanha.

Rodriguez Marcos, A. (2006). Análisis y Mejora De La Propia Enseñanza, *Revista Contexto & Educação*, 76. Universidad Autónoma de Madrid. Grupo de Investigación EMIPE, 127-150.

Anexo: Transcrição do processo de instrução

Representação escrita da aula	
1	*A professora retira duas balanças de uma caixa: uma balança de cozinha e uma balança de dois pratos.*
2	Als: Olha, balanças!
3	P: Vocês disseram muito bem: balanças. Para que servem?
4	Al: Para pesar!
5	P: Muito bem. Vocês disseram o peso mas também podemos dizer a massa: o peso de um caixote ou a massa. Temos uma balança no chão, para que serve?
6	Al: Para medir.
7	P: O peso ou ...
8	Als: a massa!
9	P: Muito bem. Para que serve, então?
10	Al: Para pesar pessoas.
11	P [apontando para a balança de cozinha]: E esta aqui?
12	Al: Para pesar a fruta!
13	Al: Para pesar, quando queremos fazer um bolo...o açúcar!
14	P: Muito bem, para pesar os ingredientes para um bolo. Nós já aqui fizemos um bolo.
15	Al: Também podemos pesar lá um estojo!
16	P [*apontando para a balança de dois pratos*]: E esta balança, para que servirá? Quantos pratos tem?
17	Als: Dois.
18	P: Porque será que esta tem dois pratos? Vamos imaginar que vamos ao supermercado e encomendávamos um produto que pesava quatro quilos. Para sabermos se o peso estava certo, púnhamos quatro quilos do outro lado e víamos se estava certo. Como sabemos?
19	Al: Se estiverem iguais.
20	P: Muito bem. Quando queremos comparar o peso de dois objetos, nós usamos balanças de dois pratos.
21	Al: Com esta balança podemos ver em dois objetos qual é mais leve e qual é mais pesado.
22	Al: Se puseres uma coisa com cinco quilos e outra com quatro, do lado que tem cinco quilos fica maior.
23	P [*apontando para a balança de dois pratos*]: Vamos só utilizar esta balança. Como se chama?
24	Als: De dois pratos.
25	P: Vamos pesar então o estojo do J.M.
26	*A professora coloca o estojo num dos pratos da balança e no outro coloca um cone de revolução em madeira.*
27	P: O que é mais pesado, I.?
28	Al: O estojo do J.M.
29	P: Porquê?
30	Al: Porque está a cair mais para baixo!
31	P: Isso significa que é tão pesado que faz força para baixo. Quem já andou num balancé?
32	Als: Euu!!
33	P: Vamos imaginar que a M. vai andar de balancé com a irmã mais velha [*adolescente com 17 anos*]. O que acontece se alguém sai de um lado?
34	Als: Vamos para baixo!
35	P: Porquê?
36	Al: Porque não está lá ninguém!
37	P: Porque fica mais peso onde vocês estão.
38	*A professora simula esta situação, retirando primeiro o estojo, e repetindo esse procedimento com o cone.*

39 P: O lado que está mais próximo do chão é o que está mais…
40 Als: pesado!
41 P: Vamos então comparar objetos. O que vamos pesar?
42 Al: Uma régua e um lápis. Ou uma borracha.
43 P: Então traz cá. Num prato pomos o lápis e no outro…
44 Als: A borracha.
45 *A professora coloca um objeto em cada prato.*
46 P. Qual pesa mais?
47 Al: A borracha.
48 P: Porquê?
49 Al: O prato da borracha fica em baixo.
50 P: Porque é mais pesado. Muito bem. Vamos pesar mais umas coisinhas. I., traz um livro dali [*apontando para um armário*] e uma vela.
51 *A aluna vai buscar os objetos solicitados.*
52 Al: O livro é mais pesado!
53 Al: É a vela!
54 P: Quem tem razão?
55 Al: É o livro: pode ter mais páginas mas a vela tem cera, que é mais pesada!
56 P: E se o livro tiver mais páginas? Se for o meu dicionário?
57 *A professora coloca o livro num prato da balança e a vela no outro. O livro é o objeto mais pesado.*
58 P: Qual pesa mais?
59 Als: O livro.
60 Al: Se a vela fosse um bocadinho mais pesada ficava igual.
61 P: M., vai buscar outra vela.
62 *A aluna vai buscar outra vela e entrega-a à professora, que as mostra à turma toda.*
63 P: Qual das velas vai pesar mais? A branca ou a vermelha?
64 *As opiniões dividem-se pelas três possibilidades: uma das velas ser mais pesada que a outra ou terem pesos iguais.*
65 P: I., porque dizes que é a branca?
66 Al: Porque é maior!
67 P: Vamos ver quem tem razão.
68 *A professora coloca as duas velas na balança: a branca é a mais pesada.*
69 P: A vela branca é mais pesada porquê?
70 Al: Porque é maior!
71 P: Vamos então ver a vela branca e a caixa da balança. O que é maior?
72 Als: A caixa.
73 Al: Mas a caixa é de cartão!
74 *A professora coloca a vela branca num prato da balança e a caixa no outro. A vela é mais pesada.*
75 P: Então, a caixa é grande mas é feita de cartão, que é um material leve; a vela é mais pequena mas é feita de cera, que é um material mais…
76 Als: pesado!
77 Al: Se tivesse mais caixas, podia ficar igual!
78 P: Então vai buscar duas caixas ao armário.

79 *O aluno vai buscar as caixas e junta-as à que já está num dos pratos da balança: passa agora a vela a ser mais leve.*

80 P: Vêm, não é o tamanho que nos diz se um objeto é mais ou menos pesado!

81 P: Já todos os meninos foram ao médico, não foram?

82 Als: Já.

83 P: E já todos se pesaram?

84 Als: Sim.

85 P: E qual é a balança que serve para isso?

86 Als: A do chão.

87 P: A A. vai pesar-se e o D. vai ver quanto ela pesa.

88 *A aluna A. coloca-se na balança e o colega, com a ajuda da professora, faz a leitura do peso na escala.*

89 Al: Vinte e quatro!

90 P: Vinte e quatro quê?

91 Als: Vinte e quatro quilos!

92 P: Agora vai a M. e o G. vai ver quanto a M. pesa.

93 *As crianças satisfazem o pedido da professora.*

94 P: Cada tracinho a seguir ao vinte conta um quilograma.

95 Al: Vinte e dois.

96 P: Vinte e dois quê, G.?

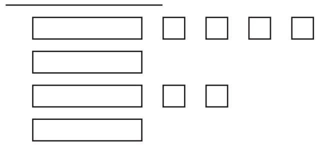
97 Al: Vinte e dois quilos.

98 A professora dirige-se ao quadro onde escreve: *24 kg*
22 kg

99 P: I., quanto pesam estes dois meninos?

100 *A aluna dirige-se ao quadro, onde escreve 24 + 22*
Seguidamente, realiza a operação, escrevendo:

101
D U
24
+ 22



46

102 P: Quanto deu?

103 Al: Quarenta e seis quilos.

104 *A aluna retoma o seu lugar e os colegas copiam a conta do quadro para o caderno.*

105 P: Atenção ao que eu vou fazer e vou dizer.

106 *A professora pega em algumas barras de plasticina e coloca-as na balança de cozinha.*

107 Als: Ó professora, [*o ponteiro da balança*] não se mexeu!

108 P: Um, dois, ..., doze paus de plasticina. E a nossa balança, coitadinha, não se mexeu! Mas posso dizer-vos que esta plasticina pesa aproximadamente 50 gramas. Mas eu encontrei uma técnica: vocês vão ver se resulta ou não. Se eu puser a plasticina numa grande pirâmide vai pesar mais ...

109 Als: Pois vai!

110	*A professora vai rodando a balança para que todos vejam a sua escala.*
111	P: Estão a ver onde está o ponteiro. Está um bocadinho depois do zero.
112	*A professora reorganiza as barras de plasticina na balança, colocando-as todas juntas, encostadas umas às outras, na vertical.*
113	P: Então?
114	Als: Está na mesma!
115	P: Mas então, vocês disseram que...
116	Als: É igual!
117	P: Afinal está aqui um monte mas pesa o mesmo!
118	Al: Porque é a mesma plasticina!
119	P: Exactamente. Nós temos a mesma plasticina, podemos mudar a forma da plasticina mas ela não muda de peso.
120	P [*apontando para a balança*]: Olhem, caiu a nossa torre! Mudou alguma coisa?
121	Als: Não!
122	P: Nós não pusemos lá nada nem retiramos de lá nada.
123	Al: Se nós juntássemos a borracha da F. já mudava!
124	P: Pois já, mas nós não vamos misturar a borracha com a plasticina...